Analisi, stima e previsione di dati, esercitazione in LADISPE, 17 Maggio 2007

Identificazione di modelli per le dinamiche verticali di autoveicoli: parte II

Introduzione

Il sistema in Figura 1 rappresenta un modello quarter-car per le dinamiche verticali di un autoveicolo.

Variabili:
$p_c(t)$ = posizione verticale di ¼ di cassa del veicolo (m)
$p_w(t)$ = posizione verticale della ruota (m)
$p_s(t)$ = altezza del profilo stradale in corrispondenza della ruota (m)

Costanti:
m = massa di ¼ di veicolo (Kg)
m_w = massa della ruota (Kg)
k = costante elastica della sospensione (N/m)
β = coefficiente di attrito viscoso ammortizzatore (N*s/m)
k_w = costante elastica del pneumatico (N/m)

Le equazioni differenziali che descrivono il modello quarter-car sono:

$$
\begin{aligned}
m\ddot{p}_c &= -\beta(\dot{p}_c - \dot{p}_w) - k(p_c - p_w) \\
m_w\ddot{p}_w &= \beta(\dot{p}_c - \dot{p}_w) + k(p_c - p_w) - k_w(p_w - p_s)
\end{aligned}
$$

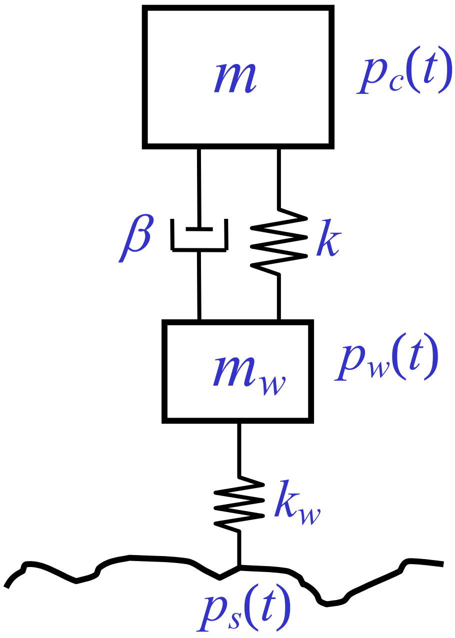

Figura 1

Ponendo $x = [p_c \quad p_w \quad \dot{p}_c \quad \dot{p}_w]^T$, $u = p_s$, $y = p_c$, si ottengono le seguenti equazioni di stato:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\
y(t) &= C_c x(t)
\end{aligned}
\qquad
A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{\beta}{m} & \frac{\beta}{m} \\ \frac{k}{m_w} & -\frac{k+k_w}{m_w} & \frac{\beta}{m_w} & -\frac{\beta}{m_w} \end{bmatrix}, \quad
B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_w}{m_w} \end{bmatrix}, \quad
C_c = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]
$$

Discretizzando questo sistema col metodo di Eulero esplicito, si ha:

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\
y(k) &= Cx(k)
\end{aligned}
\qquad A = I + T_s A_c,\ B = T_s B_c,\ C = C_c \tag{1}
$$

dove T_s è il tempo di campionamento.

La funzione di trasferimento del sistema (1) è data da:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z + b_2}{z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + a_3 z + a_4}$$

dove i coefficienti $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$ dipendono dai parametri m, m_w, k, β, k_w, T_s.

Considerando che la variabile complessa z rappresenta l'operatore di traslazione temporale: $z^{-1}y(k)=y(k-1)$, possiamo scrivere il sistema quarter-car in forma di regressione lineare:

$$y(k+1) = -a_1 y(k) - \ldots - a_4 y(k-3) + b_1 u(k-2) + b_2 u(k-3) \qquad (2)$$

dove $y(k)=y(kT_s)$ e k=1,2,…

Generazione dei dati

(1.1) Definire i coefficienti $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$ del sistema (2) su un file Matlab usando i seguenti valori dei parametri: m=1585/4 Kg, m_w=40 Kg, k=17500 N/m, β=2500 N*s/m, k_w=2e5 N/m, T_s=0.01 s. I coefficienti $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$ possono essere calcolati numericamente mediante il comando Matlab tfdata applicato al sistema (1) definito mediante il comando ss. Il sistema (2) con questi valori dei parametri è detto *sistema vero*.

(1.2) Simulare il sistema (2) usando come ingresso il profilo stradale del file profilo_random.mat. Corrompere il segnale di uscita ottenuto dalla simulazione con un rumore bianco gaussiano (comando randn) con valor medio nullo e deviazione standard σ=1e-4. Il segnale di uscita corrotto da rumore sia indicato con y_m.
La simulazione può essere eseguita mediante un ciclo for, iterando ad ogni passo del ciclo l'equazione (2).

Identificazione di modelli input-output del IV ordine

Il problema è stimare i parametri $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$.

(2.1) Stima 1:

$$\hat{p}_1 = \left(L^T L\right)^{-1} L^T Y, \quad L = \begin{bmatrix} -y_m(4) & \cdots & -y_m(1) & u(2) & u(1) \\ -y_m(5) & \cdots & -y_m(2) & u(3) & u(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_m(N-1) & \cdots & -y_m(N-4) & u(N-3) & u(N-4) \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_m(5) \\ y_m(6) \\ \vdots \\ y_m(N) \end{bmatrix}$$

dove N è la lunghezza del segnale y_m. Il sistema (2) con i valori dei parametri ottenuti da questa stima è indicato con M4($\hat{p}_1$).

(2.2) Calcolare la predizione ad un passo del modello M4($\hat{p}_1$) sul profilo stradale random e paragonare graficamente il segnale di uscita ottenuto con y_m. La predizione ad un passo si ottiene dall'equazione (2) usando y_m al posto di y nel secondo membro.

(2.3) Simulare il modello M4($\hat{p}_1$) sul profilo stradale random e paragonare graficamente il segnale di uscita ottenuto con y_m.

(2.4) Stima 2:

Creare una funzione Matlab E=f_costo_1(p) che simuli il sistema (2) usando i seguenti valori dei parametri:

$[a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2]$ = p

Sia y l'uscita simulata con tali valori dei parametri. La funzione f_costo_1 deve fornire come uscita l'errore quadratico medio tra y_m e y.

Ottenere la stima come:

```
options = optimset('tolx',1e-12,'tolfun',1e-12,'display','iter');
```

$\hat{p}_2$ = fminsearch(@f_costo_1, $\hat{p}_1$,options);

Il sistema (2) con i valori dei parametri ottenuti da questa stima è indicato con M4($\hat{p}_2$).

(2.5) Simulare il modello M4($\hat{p}_2$) sul profilo stradale random e paragonare graficamente il segnale di uscita risultante con quelli del passo (2.3).

(2.6) Stima 3:

M = oe([y_m u],[nb nf nk]);

[num1,den1] = tfdata(M,'v');

$\hat{p}_3$ = [den1(2:end) num1(end-1:end)];

dove nf,nb,nk dipendono dalla struttura del modello (2) (vedere help comando oe). In questo caso: nf=4, nb=2, nk=3.
Il sistema (2) con i valori dei parametri ottenuti da questa stima è indicato con M4($\hat{p}_3$).

(2.7) Simulare il modello M4($\hat{p}_3$) sul profilo stradale random e paragonare graficamente il segnale di uscita risultante con quelli dei passi (2.3),(2.5).